

CÓDIGO CORRECTOR DE SHOR COMO DEMONIO DE MAXWELL

E. Buksman, I. Cohn, A. Fonseca de Oliveira



Facultad de Ingeniería, Universidad ORT Uruguay, Montevideo, Uruguay.

*buksman@ort.edu.uy

Motivación

- Analizar la disminución de entropía debida al uso de un código corrector cuántico, similar a la actuación de un demonio de Maxwell [1, 2].
- Comparar la evolución de la entropía utilizando dos hipótesis sobre la aparición de errores del tipo *amplitud damping* en el canal.

Código de Shor

- Código corrector cuántico propuesto por Peter Shor [3].
- El estado original $|\psi\rangle$ de 1 qubit es codificado en un estado de 9 qubits.
- Tiene el potencial de corregir cualquier tipo de error en un único qubit del sistema.
- La figura indica el circuito cuántico que implementa el codificador (a la izquierda del canal) y el decodificador/corrector, siendo las compuertas del tipo Toffoli las que realizan la corrección (demonio de Maxwell).

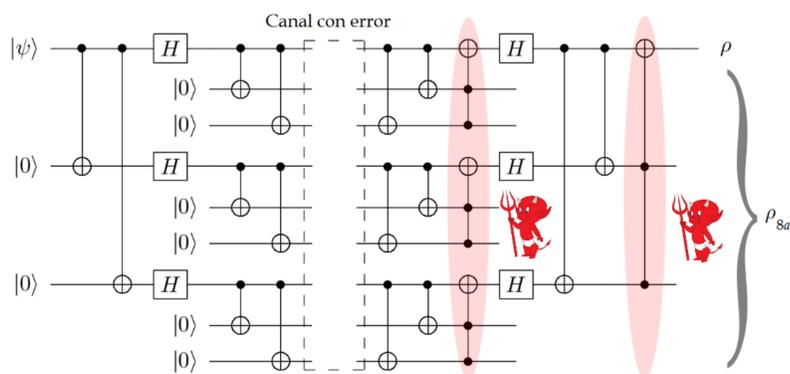


Fig. 1: Código de Shor

Amplitud Damping

- Error que modela la disipación de energía en un sistema cuántico.
- Si se modela mediante operadores de Krauss

$$\varepsilon(\rho) = \sum_k E_k \rho E_k^\dagger$$

siendo

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-\gamma} \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\gamma} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \gamma \in [0, 1].$$

- La figura representa la entropía del estado resultante de una operación de *amplitud damping* ($\gamma = 0.20$) en cada estado puro de 1 qubit considerando su posición en la esfera de Bloch.

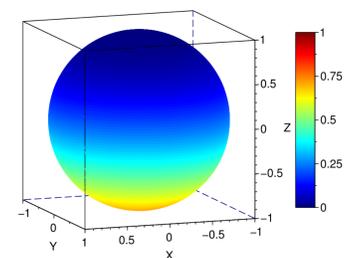


Fig. 2: Entropía en 1 qubit

Entropía de Von Neumann [4]

$$S = -\text{tr}(\rho \ln \rho).$$

Entropía y demonio de Maxwell

- Hipótesis de aparición de errores (canal):
 - 1/9 de probabilidad de aparecer error con un coeficiente γ en un único qubit, Fig. 3,
 - aparecen errores en todos los qubits con igual coeficiente γ , Fig. 4.

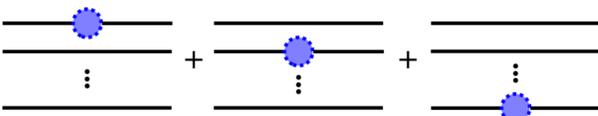


Fig. 3: Error en 1 qubit (Err1)

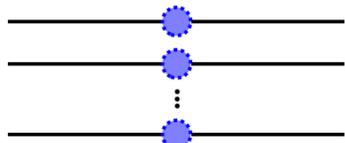


Fig. 4: Error en 9 qubits (Err9)

- Entropía del estado final ρ en relación a la posición del estado inicial puro $|\psi\rangle$ en la esfera de Bloch ($\gamma = 0.20$).
 - Izquierda código sin corrector, derecha código con corrector.
 - Superior Err1, inferior Err9.

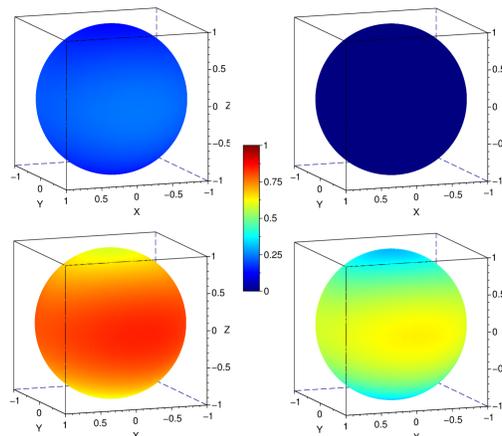


Fig. 5: Entropía del estado final ρ para Amplitud Damping con $\gamma = 0.20$.

Subaditividad de la entropía [4]

$$|S(\rho_{8a}) - S(\rho)| \leq S(\rho_{canal}) \leq S(\rho) + S(\rho_{8a})$$

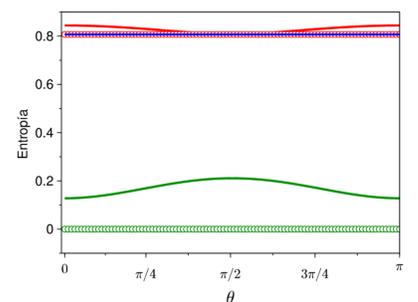


Fig. 6: Entropías: canal (azul), ρ (verde) y ρ_{8a} (rojo). Con corrección curvas continuas y sin corrección con círculos. Err1.

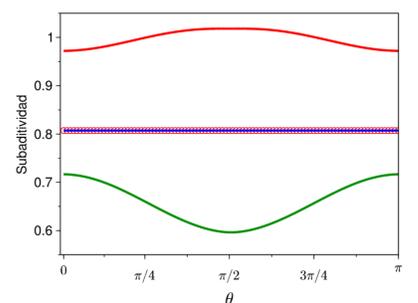


Fig. 7: Subaditividad: suma (rojo), diferencia (verde) y canal (azul). Con corrección curvas continuas y sin corrección con círculos. Err1.

Referencias

- [1] Carlo Cafaro and Peter van Loock. An entropic analysis of approximate quantum error correction. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 404:34–46, 2014.
- [2] Vlatko Vedral. Landauer's erasure, error correction and entanglement. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 456(1996):969–984, 2000.
- [3] Peter W. Shor. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. *Phys. Rev. A*, 52: 2493–2496, 1995.
- [4] Michel A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press, 2000.