Prueba Inicial de Matemática - Ejemplo 2

Instrucciones para la prueba:

- **DURACIÓN**: 3 horas.
- **NO** se puede utilizar material, **NI** calculadora.
- Las consultas SOBRE LA LETRA se harán AL COMIENZO O PROMEDIANDO la prueba.
- La prueba consiste en doce ejercicios, en el primero debe contestarse verdadero o falso a cada afirmación y en los once restantes se indican para cada una 5 opciones de respuesta, de esas 5 opciones, una y sólo una es correcta.
- Si bien puedes utilizar hojas de borrador, para apoyar tus razonamientos y tus cálculos, tu entrega consistirá solamente en la hoja de respuestas que se te entregará junto con el cuestionario, donde marcarás las opciones elegidas; marcarás no más de una respuesta por pregunta, rodeando con un círculo la opción seleccionada.
  Cualquier otra forma de respuesta o si es dudosa la respuesta, será considerada incorrecta.
- Las preguntas indican su valor si son bien contestadas, si se contestan mal o no se contestan valen 0 punto.
- La prueba se considera **aprobada** con 70 puntos o más de los 100 puntos totales.

Cuestionario

Ejercicio 1 (20 puntos, 4 puntos cada afirmación)

Indicar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

Nota: Una afirmación se considera verdadera si lo es en todos los casos que es aplicable. En otro caso diremos que la afirmación es falsa.

1. Sean A y B dos conjuntos tales que $A \subset B$. Entonces es cierto que "$x \in A \;\Rightarrow\; x \in B$".
2. $x^2 + 4\,x + 17 \geq 0 \;\; \forall x \in I\!R$.
3. Se considera un triángulo ABC, rectángulo en A, y las medidas de los lados opuestos a los ángulos en A, B y C son respectivamente a, b y c. Entonces se cumple: $b = a\,sen(B)$.
4. La función $f : I\!R \to I\!R$ tal que $f(x) = 3\,cos(2\,x)$ es acotada y $-3 \leq f(x) \leq 3 \;\; \forall x \in I\!R$.
5. En un sistema de coordenadas ortogonal del plano, en la rotación de centro en (1,0) y ángulo $\frac{\pi}{2}$ radianes (90 grados) horario, al punto $(2, 1)$ le corresponde el punto $(2, -1)$.

Ejercicio 2 (5 puntos)

Si $\dfrac{4\sqrt{2}}{2^5} = 2^\alpha$, entonces α vale:

(a) $-\dfrac{5}{2}$ (b) $-\dfrac{3}{2}$ (c) 0 (d) $\dfrac{1}{2}$ (e) 1

Ejercicio 3 (5 puntos)

La ecuación $\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{x}{x^2-4} = -\dfrac{2}{(x-2)^2}$:

(a) no tiene soluciones reales.
(b) tiene una única solución real.
(c) tiene exactamente dos soluciones reales distintas.
(d) tiene exactamente tres soluciones reales distintas.
(e) tiene más de tres soluciones reales distintas.

Ejercicio 4 (5 puntos)

Hoy Pedro tiene 15 años más que Juan y dentro de 2 años Pedro tendrá el doble de años que Juan.

Entonces:

(a) Juan tiene menos de 10 años.
(b) Juan tiene entre 10 y 20 años.
(c) Juan tiene entre 20 y 30 años.
(d) Juan tiene entre 30 y 40 años.
(e) Juan tiene más de 40 años.

Ejercicio 5 (5 puntos)

En un sistema de coordenadas ortogonal del plano, la ecuación de la circunferencia de centro en $(1,0)$ y radio 3 se puede escribir $x^2 + y^2 + a\,x + b\,y + c = 0$ donde c vale:

(a) -9 (b) -8 (c) 0 (d) 7 (e) 10

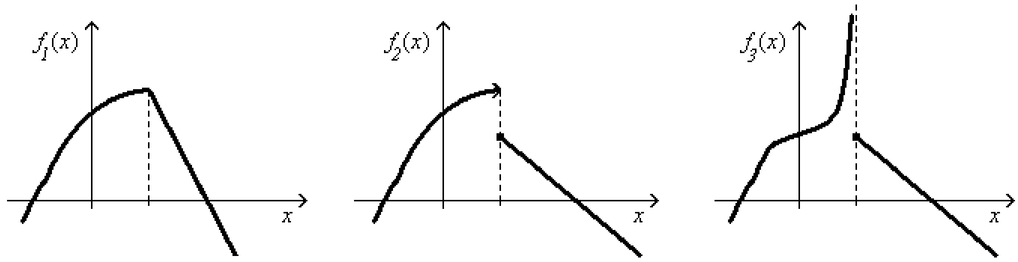
Ejercicio 6 (5 puntos)

El límite de $f(x) = x\,e^{-x}$ cuando $x \to +\infty$ vale:

(a) 0 (b) 1 (c) e (d) e^2 (e) $+\infty$

Ejercicio 7 (5 puntos)

De las funciones representadas en las siguientes figuras,



(a) Ninguna es continua en todos los reales.
(b) Solo una es continua en todos los reales.
(c) Solo dos son continuas en todos los reales.
(d) Las tres son continuas en todos los reales.
(e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

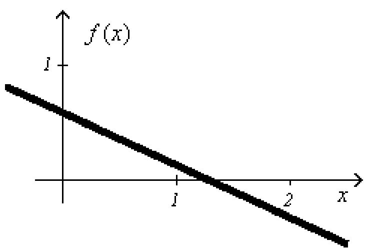
Ejercicio 8 (10 puntos)

$$\lim_{x\to 2} \frac{e^x - e^2}{x^2 - x - 2} =$$

(a) 0 (b) $\frac{2}{3}$ (c) 1 (d) $\frac{e^2}{3}$ (e) $\frac{e^2}{2}$

Ejercicio 9 (10 puntos)

Si $f : I\!R \to I\!R$ es tal que su gráfico es la recta representada en la siguiente figura:



Entonces:

(a) Existen $m, n \in I\!R$, tales que $f(x) = m\,x + n$, con $m \geq 1$.
(b) Existen $m, n \in I\!R$, tales que $f(x) = m\,x + n$, con $0 \leq m < 1$.
(c) Existen $m, n \in I\!R$, tales que $f(x) = m\,x + n$, con $-1 \leq m < 0$.
(d) Existen $m, n \in I\!R$, tales que $f(x) = m\,x + n$, con $m \leq -1$.
(e) No existen $m, n \in I\!R$, tales que $f(x) = m\,x + n$.

Ejercicio 10 (10 puntos)

La solución de la inecuación $\dfrac{x^2+x-2}{x^3+3\,x^2} \geq 0$ es el conjunto:

(a) $[1,+\infty)$ (b) $(0,1]$ (c) $(-3,-2]\cup[1,+\infty)$

(d) $(-\infty,-3)\cup(0,1]$ (e) $(-\infty,-3)\cup[-2,0)\cup[1,+\infty)$

Ejercicio 11 (10 puntos)

En el plano, dados A y B dos puntos fijos distintos, el lugar geométrico del punto C tal que el triángulo de vértices A, B y C es rectángulo en C está incluido en:

(a) la recta mediatriz del segmento AB.
(b) la unión de las rectas, paralelas entre sí, que pasan por A y por B respectivamente y son perpendiculares a la recta que pasa por A y B.
(c) la recta que pasa por A y B.
(d) la unión de las circunferencias, la de centro A que pasa por B y la de centro B que pasa por A.
(e) una circunferencia de centro en el punto medio del segmento AB.

Ejercicio 12 (10 puntos)

Si el enunciado "Todos los globos de la caja son verdes o violetas" es falso, entonces es necesariamente verdadero que:

(a) "Ningún globo de la caja es verde ni violeta".
(b) "Algún globo de la caja es verde o violeta".
(c) "Algún globo de la caja no es verde ni violeta".
(d) "En la caja hay más globos verdes que violetas".
(e) "Todos los globos de la caja son verdes o violetas".